

サイバネティックス 第3章 「時系列、情報および通信」

時系列とは？

時間と共に不規則に変化するのが時系列。時系列の本質的な特徴は不規則に変化するというのではなく、変化が確率的に決まるということ、通信もまた変化が確率的に決まるものである。

情報量とは何か？またどのようにして測られるのであろうか？

例えばある文書ファイルの中ではコンピュータ上では0と1の列から成り立っている。そこで、0. のあとにその0と1の列を並べてみると、これは2進法での一つの数値（その数値は0より大きく1より小さい）を表わしている。逆に、その数値を示すことが出来れば、それを2進数で表わして、その0と1の列を文書ファイルに変換することが可能であり、数値はその文書ファイルと同等の情報量を持っていることになる。これはどんなに大きな文書ファイルについても可能なので、誤差なしの数値は無限大の情報量を持つ。

しかし実際には、アナログな数値を測定する場合に必ず誤差が出てくるので、それでこのような無限の情報量は現実にはあり得ない。ウィーナーは「測定」という言葉を「通信」、「誤差」という言葉を「雑音」、と考え雑音なしの通報というのは非現実的なことと考えている。

情報量についてウィーナーの考えをまとめると

- 独立な情報源からの情報量の全体は、個々の情報源からの情報量の合計である。
- 雑音が大きくなると通信の情報量は低下する。
- 通信信号にどんな操作を加えても情報量は増加しない。（等しいままか、あるいは減少する。）

情報と時間

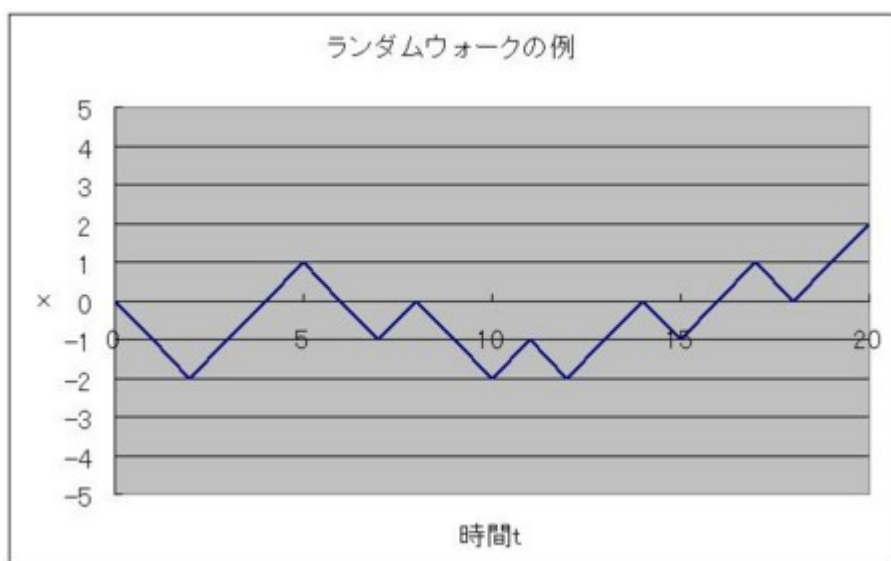
ラジオやテレビその他で利用されている電波では情報が次々に送られている。この通信派形は単位時間あたりに伝達される情報の量が一定であり、エルゴード的（集合平均＝時間平均）であると仮定している。つまりこの通信波形は時系列であるので、変化が確率的に決まる。予測の理論から見ると、予測とは時系列の無限の過去から現在までの値の変化を元に、ある未来の時点におけるその時系列の値を予測することである。時系列の値は確率的に変化するから、もちろん未来の値を正確に予測することは不可能であるが、ウィーナーが目指しているのは誤差が一番少ないような予測をすることである。確率的に変化するならばその未来の値を求めることは出来ないように思われるが、この時系列はエルゴード的（集合平均＝時間平均）であると仮定している。そうすると過去における確率的な変化の様子からその時系列におけるさまざまな統計パラメータ（たとえば、平均、標準偏差など）を推定することが出来、それに基づいて未来のある時点における時系列の値の確率分布が求まる。これによってその時点での予測値を決定することが出来る。

*エルゴード仮説とは、長い時間尺度で見ると、微小状態からなる位相空間内で同じエネルギーをもった領域に費やされる時間は位相空間でしめる体積に比例するというもの。すなわち、そのようなすべての実現可能な微小状態は長い目で見ると等しい確率で起こるということ。

ブラウン運動

ブラウン運動とは、液体のような溶媒中（媒質としては気体、固体もあり得る）に浮遊する微粒子（例：コロイド）が、不規則（ランダム）に運動する現象である。ブラウン運動の数学的に厳密なモデルとして、ノーバート・ウィーナーの名を冠してウィーナー過程と呼ばれる連続型確率過程がある。ウィーナー過程のランダムさは、ブラウン運動のモデルに相応しく、常に多くの粒子の影響がブラウン運動の不規則さを生むという考え方は、多数の原因によって複雑な変動を示す株取引などの経済活動などにも応用することができるため、ウィーナー過程や確率微分を応用した確率解析は、金融工学などの分野でも盛んに用いられている。

ウィーナー過程はランダムウォークの極限として得られる。ランダムウォークは1回ごとに次にどちらに進むのかを確率的に決めるような過程である。ある人がX軸上を動くものとする。時刻0にはX軸の原点にその人はいるとする。ここで1回、コインを投げて、裏か表かでどちらに移動するかを決める。裏ならば $-a$ 、表ならば a だけX軸上を動くこととすると、それぞれ $1/2$ の確率で $-a$ または a だけ移動することになる。動き終わったら、またコインを投げて同じように動く方向を決める。これを繰り返していくと、この人は不規則に動くことになる。コインを k 回目に投げた結果その人が動き終って今いる位置（X座標）を x で表し、 k を横軸、 x を縦軸にとったものがランダムウォークのグラフになる。たとえば $a=1$ とした場合、下記のような図になる。



ブラウン運動と時系列

ブラウン運動に線形的に関係するような通報の理論にはいろいろな変形があり、この理論から通報と雑音がブラウン運動に対する線形共振の応答を表すときの予測器に適用できる。今まで述べた時系列は単純時系列であったが、多数の変量が同時に時間に関係するのが多重時系列である。多重時系列は経済や気象学に応用される。

例えば、天気予報ではコンピュータによる数値予報を用いており、連続量である大気の状態を離散的な格子点の値で表現し、計算機的能力に応じた計算を行って将来の状態を得る。しかし必然的に

わずかな誤差は生じる。数値予報では、初期値のわずかな誤差が時間とともに増幅するため、意図的な誤差をもつ何種類かの異なる初期値から計算を始めた予測結果を求め、その何種類かの結果の平均値を予想気圧配置として利用したり、計算結果の広がり（スプレッド）により予報の確からしさを求めるなどの方法で予報に活用している。

まとめ

- 第3章では時系列理論を論じた。正確にはウィーナー過程から派生した時系列の理論であり、その理論は第2章で論じたエルゴード理論を基礎としている。
- 通信の本質は今まで知られていなかったことを知らせる、ということから通信波形の過去の形から未来を正確に予測することは出来ない、ということ、つまり、確率的に変化する波形である、ということが本質であることが明らかになった。

ここに展開した統計理論は、われわれが観測している時系列の過去を完全に知ることを必要とする。われわれの観測は無限の過去にさかのぼることはできないから、われわれはいつでも過去を不完全にすることで満足しなければならない。

ノーバート・ウィーナー